Lösungen zum Buch: Wissensverarbeitung

Kapitel 11

Zeitliches Wissen

In einigen der nachfolgenden Lösungen wird zur Veranschaulichung das SWI-Prolog-Programm „allen-KI-Buch-2007.pl“ verwendet, das auf Basis eines in (Shoham 94) enthaltenen Programms entstanden ist. Im Programm werden abweichend von der Notation des vorliegenden Buches folgende Symbole für temporale Relationen verwendet: „All“ (statt $\mathcal{B}$), „b“ (before, statt $\prec$), „a“ (after, statt $\succ$).

Lösung 11.1

Die Matrixeinträge (3,4) und (4,3) widersprechen der Gleichung (11.2) auf Buchseite 332.
Unter Verwendung des Prolog-Programms auf

```
test1( NewL ) :-csp1(N),
        propagate_interval_constraints( N, NewL ).

csp1( [ [ [ = ],  [ d ], All,   All ],
        [ [ di ], [ = ], [ a ], [ b ] ],
        [ All,    [ b ], [ = ], [ b ] ],
        [ All,    [ a ], [ b ], [ = ] ] ]):-all_relations(All).
```

erhalten wir:

```
test1(_).
Network not satisfiable
aus [2, 4]=[b]
und [4, 3]=[b]
und [2, 3]=[a] ==> [2, 3]=[]
```

Lösung 11.2

Es ergeben sich in diesem Beispiel die in Abbildung 11.2 dargestellten Abhängigkeiten - mit Ausnahme der Beziehung zwischen A und C. In Anlehnung an die in Beispiel 11.9 untersuchten Fälle kann folgende Abhängigkeit abgeleitet werden:

$$A\{\mathsf{s}, \mathsf{s}^\mathsf{i}, \mathsf{d}, \mathsf{d}^\mathsf{i}, \equiv\}C$$

Anmerkung: Die Anwendung des Prolog-Programms führt zu der Beziehung

```
...  ==> [3, 1]=[d, di, o, oi, s, si, e, ei, =]
```

also einer Obermenge. Der Grund ist die Unvollständigkeit der Pfadkonsistenzmethode. Zudem verwendet das Beispiel Relationen (beispielsweise $\{\mathsf{d}, \mathsf{d}^\mathsf{i}\}$), die nicht im Nökel-Verband enthalten sind.

Lösung 11.3

Die Aufnahme der Relation $A\{\mathsf{f}, \mathsf{f}^\mathsf{i}\}C$ führt zur Inkonsistenz des gesamten Wissens, da diese Menge zur Menge aus Aufgabe 11.2 disjunkt ist. Die Pfadkonsistenzmethode bzw. das entsprechende Prolog-Programm stellt dies aus o.g. Gründen nicht fest.

Lösung 11.4
Die Vorlesung begann, während Student Müller nicht im Raum war:
$S\{\prec, \mathsf{m}^{\mathbf{i}}, \mathsf{m}, \succ\}M$
Als die Vorlesung endete, war Müller jedoch im Raum: $V\{\mathsf{d}, \mathsf{o}, \mathsf{s}\}M$
Und indirekt gilt $S\{\mathsf{s}\}V$.
Für das Prolog-Programm kann damit die folgende Eingabe verwendet werden:

```
test4( NewL ) :-csp4(N), propagate_interval_constraints( N, NewL ).

csp4( [ [ [ = ],  [ b,m,mi,a ],  [ di,oi,si ]],
        [ [ b,m,mi,a ],  [ = ],  [ s ]],
        [ [ d,o,s ],  [ si ],  [ = ] ] ] ):-all_relations(All).
```

Die Durchführung der Pfadkonsistenzmethode ergibt die Ergebnismatrix

	M	S	V
M	[=]	[mi,a]	[oi]
S	[b,m]	[=]	[s]
V	[o]	[si]	[=]

Müller kam damit direkt im Anschluss an die Vorlesungs-Startphase oder später in den Raum. Der Vorlesungszeitraum überlappt den Anwesenheitszeitraum.

Lösung 11.5
Unter Verwendung von Definition 11.2 gilt:

$$\begin{aligned} X(B_1 \circ B_2)^{\mathbf{i}} Y \quad & \text{gdw.} \quad Y(B_1 \circ B_2)X \\ & \text{gdw.} \quad \exists Z\ (Y B_1 Z \wedge Z B_2 X) \\ & \text{gdw.} \quad \exists Z\ (X {B_2}^{\mathbf{i}} Z \wedge Z {B_1}^{\mathbf{i}} Y) \\ & \text{gdw.} \quad X({B_2}^{\mathbf{i}} \circ {B_1}^{\mathbf{i}})\, Y \end{aligned}$$

Damit gilt $(B_1 \circ B_2)^{\mathbf{i}} = {B_2}^{\mathbf{i}} \circ {B_1}^{\mathbf{i}}$, *was sich nach der Gleichung auf Seite 331 unten direkt auf Mengen von Relationen erweitern lässt. Damit gilt auch*

$$(R_1 \circ R_2)^{\mathbf{i}} = {R_2}^{\mathbf{i}} \circ {R_1}^{\mathbf{i}}$$

für alle $R_1, R_2 \in \mathcal{A}$.

Lösung 11.6
Die Gültigkeit der Gleichung

$$\{\equiv\} \subseteq (B_1 \circ B_2) \text{ gdw. } B_2 = {B_1}^{\mathbf{i}}$$

ist direkt aus Tabelle 11.2 ablesbar: Denn

- *für jede Basisrelation* B_1 *gilt* $\{\equiv\} \subseteq (B_1 \circ {B_1}^{\mathbf{i}})$,
- *umgekehrt folgt aus jedem Fall* $\{\equiv\} \subseteq (B_1 \circ B_2)$ *die Gültigkeit von* $B_2 = {B_1}^{\mathbf{i}}$.

Lösung 11.7

Die Aussage ist nur dann richtig, wenn unter „zyklenfrei" verstanden wird, dass der ungerichtete Graph (d.h., wenn man die Pfeilspitzen entfernt) zyklenfrei ist! Da mit jeder temporalen Relation ohnehin ihre Inverse existiert, kann im Folgenden von einem ungerichteten Graphen ausgegangen werden.
Zunächst halten wir folgendes Lemma fest:
Lemma: Sei R eine beliebige zeitliche Relation und seien X und Y Intervallvariablen. Dann gibt es für jedes reelle Intervall I eine Interpretation $\mathcal{I}$, die X auf das Intervall I und XRY auf „wahr" abbildet. Anders ausgedrückt: Jede Interpretation auf der Menge $\{X\}$ lässt sich zu einer Interpretation auf der Menge $\{X, Y\}$ erweitern, sodass XRY in dieser Interpretation wahr ist.
Beweis: Man kann sich leicht davon überzeugen, dass dieses Lemma für alle Basisrelationen gilt. Dann muss sie für alle Zeitrelationen gelten.
Ein zyklenfreier Graph (unter der obigen Voraussetzung!) ist ein Baum. Wir konstruieren nun ein Modell für den Constraintgraphen, indem wir sukzessive die Knoten des Baumes mit konkreten Intervallen belegen.
Wir wählen zunächst einen beliebigen Knoten W des Baumes als Wurzelknoten und konstruieren eine Interpretation $\mathcal{I}_0$, die W mit einem beliebigen Intervall $\mathcal{I}_0$ belegt. Sei nun V ein beliebiger Nachbarknoten von W, sodass WRV gilt. Nach dem obigen Lemma gibt es eine Interpretation $\mathcal{I}_1$ der Menge $\{V, W\}$, die W auf $\mathcal{I}_0$ und WRV auf „wahr" abbildet.
So durchlaufen wir den kompletten Baum mit Breitensuche (Tiefensuche geht auch!), belegen dabei sukzessive jeden Knoten und konstruieren auf diese Weise eine Interpretation für den gesamten Constraintgraph, die alle Relationen erfüllt. Das Verfahren könnte nur dann scheitern, wenn wir irgendwann an einen Knoten gelangten, der schon belegt ist. Da der Graph jedoch zyklenfrei ist, kann das nicht passieren.

Lösung 11.8

Die Matrix M enthält n^2 Einträge, jeder Eintrag ist eine Menge bestehend aus höchstens 13 Basisrelationen. Die gesamte Matrix enthält damit maximal $13n^2$, also endlich viele Basisrelationen.
Die Agenda enthält bei Start endlich viele Einträge (entspricht der Menge der vom Benutzer genannten temporalen Relationen), bei jedem Schleifendurchlauf wird ein Agenda-Element entfernt. Spätestens bei leerer Agenda bricht der Algorithmus ab. In die Agenda werden nur dann zwei neue Elemente aufgenommen, wenn gleichzeitig die entsprechenden beiden Matrix-Einträge (über den Durchschnitt-Operator) um mindestens jeweils eine Basisrelation verkleinert wird. Spätestens bei einer nur noch aus leeren Mengen bestehenden Matrix wird kein neues Element mehr in die Agenda aufgenommen, die wiederum in jedem Durchlauf ein Element verliert. Aufgrund endlich vieler Basisrelationen ist damit auch die Menge der Schleifendurchläufe endlich.
Damit wird Algorithmus 11.1 stets terminieren.

Für Fragen und Hinweise kontaktieren Sie mich unter
heinsohn@fh-brandenburg.de.